

Spieltheorie

GAME
THEORY



Spieltheorie

Nicht kooperative Spieltheorie

Sie behandelt Situationen, in denen die Spieler im Konflikt zueinander stehen.

Kooperative Spieltheorie

Sie behandelt Situationen, in denen die Spieler zusammenarbeiten möchten.

[Spieltheorie - Das Gefangenendilemma mit Beispiel erklärt! - YouTube](#)

Gefangenendilemma

Ausgangssituation

Die beiden Gauner Fred und Bob haben kein Geld mehr. Was nun? Nach einigem Nachdenken beschließen sie, eine Tankstelle auszurauben. Geplant, getan und schiefgegangen. Beide werden von der Polizei geschnappt und getrennt inhaftiert. Glück im Unglück ist, dass beide die Beute von 20.000 Euro noch schnell verstecken konnten. Dadurch hat der Staatsanwalt Schwierigkeiten, den beiden den Raub zweifelsfrei nachzuweisen.

Wichtig: die beiden handeln individuell rational. Das bedeutet, sie entscheiden getrennt und rational, dem ökonomischen Prinzip folgend. Hier hat sowohl Fred als auch Bob das Ziel, seine eigene Gefängnisstrafe zu minimieren.

Strategien und Auszahlungen

		Bob			
		gestehen		nicht gestehen	
Fred	gestehen	5 Jahre (Fred)	5 Jahre (Bob)	0 Jahre (Fred)	6 Jahre (Bob)
	nicht gestehen	6 Jahre (Fred)	0 Jahre (Bob)	1 Jahr (Fred)	1 Jahr (Bob)

Staatsanwalt Shark ist ein gewiefter Hund und will beide Ganoven drankriegen. Erst geht er in Freds Zelle und unterbreitet diesem ein Angebot: *„Wenn du gestehst und dein Kumpel Bob gesteht nicht, dann wirst du freigelassen – Kronzeugenregelung. Allerdings wandert dein Kumpan dann für sechs Jahre im Kittchen.“* Fred hat also die Wahl zu „gestehen“ oder „nicht zu gestehen“.

Danach macht Shark Bob das gleiche Angebot.

Lösung

Fred sitzt in seiner Zelle und überlegt. Er denkt sich: falls Bob gestehen würde, was ist dann meine beste Lösung?

- Wenn Fred nicht gesteht, erhält er sechs Jahre.
- Gesteht Fred, sind es für ihn nur fünf Jahre Gefängnisauenthalt.

Also ist „gestehen“ für Fred besser.

- Falls Bob nicht gesteht, erhält Fred ein Jahr Gefängnis, wenn er auch nicht gesteht.
- Gesteht Fred, wird er sogar in dem Fall, dass Bob nicht gesteht, sofort freigelassen.

Da ist die Wahl nicht schwer, und Fred würde in diesem Fall gestehen.

Eine **dominante Strategie** ist eine Strategie, die unter allen möglichen Strategien zur höchsten Auszahlung führt, unabhängig davon, was die anderen Spieler tun.

Lösung

Bob hat dieselben Überlegungen. Somit kommt er zu dem gleichen Ergebnis wie Fred und wählt die dominante Strategie „Gestehen“.

Im Ergebnis gestehen also beide Spieler und erhalten jeweils fünf Jahre Gefängnis. Dies ist ein **Gleichgewicht in dominanten Strategien**. Es ist dies zudem ein **Nash-Gleichgewicht**.

Ein **Nash-Gleichgewicht**, benannt nach dem Nobelpreisträger John Nash, besteht aus Strategien, welche die wechselseitig besten Antworten sind.

Interpretation: Wenn Fred gesteht, ist die beste Antwort Bobs, ebenfalls zu gestehen. Gesteht Bob, ist die beste Antwort Freds, auch zu gestehen. Es sind also wechselseitig beste Antworten und keiner der Spieler hat den Anreiz abzuweichen.

[A Beautiful Mind - Trailer Deutsch 1080p HD - YouTube](#)

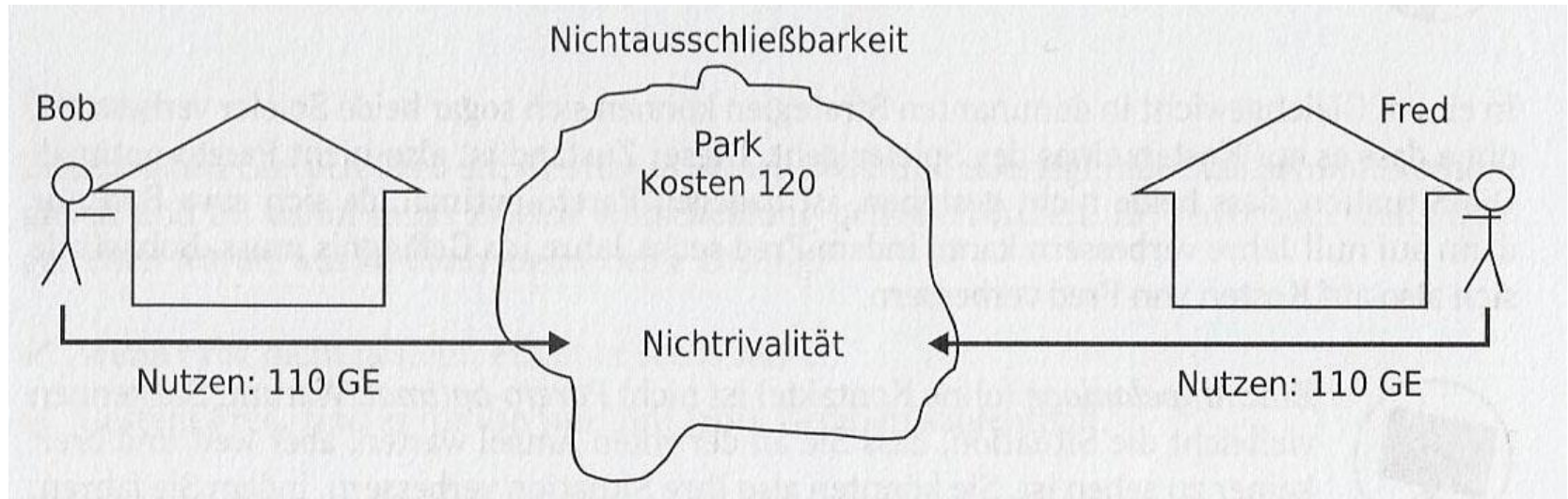
Pareto-Optimalität

Es gäbe aber bessere Lösungen als das Nash-Gleichgewicht. Viel besser wäre es gewesen, wenn die beiden Verdächtigen nicht gestanden hätten. Denn dann wären sie jeweils nur ein Jahr ins Gefängnis gekommen. Diesen Zustand nennt man **Pareto-optimal**.

Eine Situation ist **Pareto-optimal**, wenn sich niemand verbessern kann, ohne dass sich eine andere Wirtschaftseinheit verschlechtert.

Interpretation: In einem Gleichgewicht in dominanten Strategien können sich sogar beide Spieler verbessern, ohne dass es auf Kosten eines der Spieler geht. Dieser Zustand ist also nicht Pareto-optimal. Die Situation, dass beide nicht gestehen, ist dagegen Pareto-optimal, da sich etwa Bob nur dann auf null Jahre verbessern kann, wenn Fred sechs Jahre ins Gefängnis muss. Bob würde sich also auf Kosten von Fred verbessern.

Gefangenendilemma: Park-Version



Ausgangssituation

Eine Gemeinde bietet den beiden Anwohnern einen Park an, diesen nutzbar zu machen. Die Kosten dafür belaufen sich auf 120 Euro. Der jeweilige Nutzen des Parks beträgt 110 Euro, auch wenn beiden gleichzeitig den Park nutzen (Nicht-Rivalität). Weder Nachbar A noch Nachbar B können daran gehindert werden, den Park zu nutzen (Nicht-Ausschließbarkeit). Der Park ist also ein öffentliches Gut.

Die beiden Nachbarn handeln noch immer rational, mit dem Ziel, den individuellen Nettonutzen zu maximieren. Der Nettonutzen ergibt sich aus dem individuellen Nutzen abzüglich der Kosten, die der jeweilige Anwohner zu tragen hat.

Strategien und Nettonutzen

Welche Möglichkeiten gibt es?

- **Stimmt mindestens ein Nachbar zu**, wird der Park angelegt. Die Kosten werden dann auf die Anzahl der zustimmenden Anwohner aufgeteilt.
Bsp.: A stimmt zu, B nicht → Nettonutzen A = $110 - 120 = -10$
- **Stimmen beide zu**, verteilen sich die Kosten gleichmäßig auf die beiden Bewohner – jeder hat also Kosten von 60 Euro.
Die Auszahlung ist für beide gleich: Nettonutzen = $110 - 60 = 50$
- **Stimmt keiner zu**, wird der Park nicht nutzbar gemacht. Es entstehen weder Nutzen noch Kosten.

Lösung

Wir versetzen uns in die Lage von Nachbar A:

- „Würde B zustimmen, ist meine beste Antwort, nicht zuzustimmen, da ich den höheren Nettonutzen erhalte.“
- „Stimmt B nicht zu, ist es für mich am besten, ebenfalls nicht zuzustimmen.“

Somit erkennt A, dass „nicht zustimmen“ eine dominante Strategie ist und spielt diese. B denkt analog und spielt ebenfalls „nicht zustimmen“. Der Park wird also nicht angelegt. Somit entstehen weder Kosten noch Nutzen. Wieder gibt es ein **Gleichgewicht in dominanten Strategien, aber kein Pareto-Optimum (beide stimmen zu)**.

Beide Nachbarn verhalten sich als **Trittbrettfahrer**. Sie geben vor, den Park nicht zu benötigen, d.h. sie sagen die Unwahrheit. In der Volkswirtschaft spricht man in diesem Fall von **opportunistischem Verhalten**.

Beispiel 1

Betrachten wir die Handelsbeziehungen zwischen den USA und Mexiko. Angenommen, die Führungskreise der beiden Länder schreiben den unterschiedlichen politischen Maßnahmen folgende Bewertung zu:

		Entscheidung USA	
		Niedrige Zölle	Hohe Zölle
Entscheidung Mexiko	Niedrige Zölle	Gewinn USA \$ 25 Mrd. Gewinn Mexiko \$ 25 Mrd.	Gewinn USA \$ 30 Mrd. Gewinn Mexiko \$ 10 Mrd.
	Hohe Zölle	Gewinn USA \$ 10 Mrd. Gewinn Mexiko \$ 30 Mrd.	Gewinn USA \$ 20 Mrd. Gewinn Mexiko \$ 20 Mrd.

1. Welches ist die dominante Strategie für die USA und für Mexiko?
2. Definiere den Begriff Nash-Gleichgewicht. Welches ist das Nash-Gleichgewicht in dieser Handelssituation?

Beispiel 2

Bauer Meier und Bauer Huber lassen ihre Rinder auf einer gemeinsamen Wiese grasen. Wenn 20 Stück Vieh auf der Weide sind, produziert jede Kuh während ihrer Lebenszeit Milch für Euro 8.000. Sofern mehr Kühe auf der Weide sind, erhält jedes Tier weniger Futter und die Milchproduktion sinkt. Bei 30 Kühen geht die Milchproduktion pro Tier auf Euro 6.000 zurück, bei 40 Kühen produziert jede Kuh noch im Wert von Euro 4.000. Die Kosten pro Stück Rind machen Euro 2.000 aus.

1. Angenommen, Huber und Meier können entweder 10 oder 20 Kühe kaufen, doch keiner von beiden kennt im Moment des Kaufs die Kaufentscheidung des anderen. Kalkuliere den Nutzen des Ergebnisses.
2. Wie lautet das wahrscheinliche Ergebnis des Spiels?
Welches wäre das beste Ergebnis?

Lösungen zu Beispiel 1 und 2

Beispiel 1:

1. Die dominante Strategie für die USA und Mexiko besteht in der Erhebung hoher Zölle.
2. Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Situation, in der wechselweise verbundene Akteure einzeln ihre bestmögliche Strategie mit Blick auf die Entscheidung der anderen treffen. Das Nash-Gleichgewicht in der Handelspolitik zwischen USA und Mexiko liegt bei beiderseits hohen Zöllen und Gewinnen von Dollar 20 Mrd.

Beispiel 2:

1.

		Entscheidung Meier	
		10 Kühe	20 Kühe
Entscheidung Huber	10 Kühe	Gewinn Meier: DM 60.000 Gewinn Huber: DM 60.000	Gewinn Meier: DM 80.000 Gewinn Huber: DM 40.000
	20 Kühe	Gewinn Meier: DM 40.000 Gewinn Huber: DM 80.000	Gewinn Meier: DM 40.000 Gewinn Huber: DM 40.000

2. Das beste Ergebnis läge bei 10 Kühen und einem Gewinn von je Euro 60.000. Da die dominante Strategie aber 20 Kühe sind, wird der Gewinn bei Euro 40.000 liegen.